PERPENDICULARIDAD I

Ejercicio nº 1.-

Halla la ecuación de la recta s que pasa por $P(2, 0, 1)$ y corta perpendicularmente a la recta $r: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$.

Ejercicio nº 2.-

Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos $P_1(2, 1, -3)$ y $P_2(4, 2, 1)$ y es perpendicular al plano:

p: $2x - y - z + 3 = 0$

Ejercicio nº 3.-

Halla la ecuación de la proyección ortogonal, r', de la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ sobre el plano π: $x - y + z + 2 = 0$.

Ejercicio nº 4.-

Halla la ecuación de la recta s que pasa por $P(2, 0, 1)$ y corta perpendicularmente a la recta $r: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$.

SOLUCIONES

Solución nº 1:

Buscamos el vector director de s, $\vec{d}' = (a, b, c)$, teniendo en cuenta que:

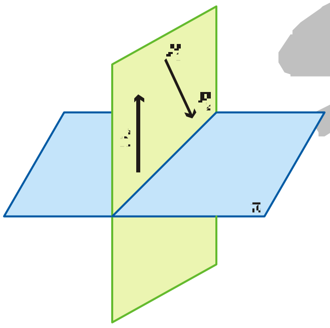
- $\vec{d} \perp \vec{d}' \rightarrow \vec{d} \cdot \vec{d}' = 0 \rightarrow 2a - b + 2c = 0$
- r y s se cortan $\rightarrow ran(\vec{d}, \vec{d}', \overrightarrow{PR}) = 2 \rightarrow \begin{vmatrix} a & b & c \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -a + 2b + 2c = 0$

Las soluciones del sistema $\left.\begin{matrix} 2a - b + 2c = 0 \\ -a + 2b + 2c = 0 \end{matrix}\right\}$ son los vectores de la recta s:

$\vec{d}' = (-2\lambda, -2\lambda, \lambda)$

Para $\lambda = 1 \rightarrow \vec{d}' = (-2, -2, 1)$ Así: $s: \begin{cases} x = 2 - 2\lambda \\ y = \quad -2\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$

Solución nº 2:



Los vectores $\overrightarrow{P_1P_2}$ y $\vec{n}$ (vector normal del plano π) y uno de los puntos P_1 o P_2 determinan el plano que buscamos:

$$\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ y-1 & 1 & -1 \\ z+3 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow 3x + 10y - 4z - 28 = 0$$

Solución nº 3:

La proyección ortogonal de r sobre π es la recta de intersección del plano π con otro plano σ, perpendicular a σ y que contiene a r.

$R(1, 0, -2)$, $\vec{d}_r = (2, -1, 1)$, $\vec{n} = (1, -1, 1)$ $\quad \vec{d}_r \times \vec{n} = (0, -1, -1)$

La ecuación de σ es:

$-1 \cdot (y) - 1 \cdot (z + 2) = 0 \quad \rightarrow \quad -y - z - 2 = 0 \qquad \sigma: y + z + 2 = 0$

La proyección ortogonal de r sobre π es:

$r': \begin{cases} x - y + z + 2 = 0 \\ \quad\; y + z + 2 = 0 \end{cases}$

Solución nº 4:

Buscamos el vector director de s, $\vec{d}' = (a, b, c)$, teniendo en cuenta que:

- $\vec{d} \perp \vec{d}' \rightarrow \vec{d} \cdot \vec{d}' = 0 \rightarrow 2a - b + 2c = 0$
- r y s se cortan $\rightarrow ran(\vec{d}, \vec{d}', \overrightarrow{PR}) = 2 \rightarrow \begin{vmatrix} a & b & c \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -a + 2b + 2c = 0$

Las soluciones del sistema $\left.\begin{matrix} 2a - b + 2c = 0 \\ -a + 2b + 2c = 0 \end{matrix}\right\}$ son los vectores de la recta s:

$\vec{d}' = (-2\lambda, -2\lambda, \lambda)$

Para $\lambda = 1 \rightarrow \vec{d}' = (-2, -2, 1)$ Así: $s: \begin{cases} x = 2 - 2\lambda \\ y = \quad -2\lambda \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$